3.6 प्रतिरोधों का संयोजन (Combination of Resistance)

प्रतिरोधों को मुख्यत: दो प्रकार से वैद्युत परिपथ में संयोजित किया जाता है।

***(i)* श्रेणी क्रम (Series combination) :** इस संयोजन में एक प्रतिरोध के दूसरे सिरे को दूसरे प्रतिरोध प्रथम सिरे से जोड़कर इसी क्रम को आगे बढ़ाया जाता है, इस संयोजन में सभी प्रतिरोधो में से एक समान धारा प्रवाहित होती है परन्तु उनके सिरों पर विभवान्तर भिन्न भिन्न हो सकता है।

चित्र, Fig 3.4 में R_1, R_2 व R_3 मान के तीन प्रतिरोध क्रमशः श्रेणी क्रम में जुड़े है तथा उनके सिरों के मध्य का विभवान्तर क्रमशः V_1, V_2 व V_3 है उनमें होकर बहने वाली धारा का मान i है

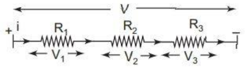

Fig. 3.4

चित्रानुसार परिपथ का कुल विभवान्तर;

$$V = V_1 + V_2 + V_3 \qquad ...(3.1)$$

ओह्म के नियम द्वारा;

$$V_1 = iR_1, \quad V_2 = iR_2, \quad V_3 = iR_3$$

तथा $V = iR$; मान लीजिये तुल्य प्रतिरोध R है

तब समीकरण (3.1) से,

$$iR = iR_1 + iR_2 + iR_3$$

या

$$\boxed{R = R_1 + R_2 + R_3} \qquad ...(3.2)$$

अत: श्रेणी क्रम में तुल्य प्रतिरोध सभी संगत प्रतिरोधो का योग होता है ($R = \sum R_i$)

***(ii)* समान्तर क्रम (Parallel combination) :** समान्तर क्रम में सभी प्रतिरोधों के एक सिरे एक बिन्दु से तथा उन सभी के दूसरे सिरे दूसरे बिन्दु से संयुक्त किये जाते हैं (Fig 3.5)।

इस संयोजन में सभी प्रतिरोधो के सिरों का विभवान्तर V समान रहता है परन्तु उनमें धारा भिन्न-भिन्न प्रवाहित हो सकती है।

यदि प्रतिरोधों के सिरों पर लगाया गया विभवान्तर V तथा परिपथ में से धारा i प्रवाहित हो रही हो,

तब

$$i = i_1 + i_2 + i_3 \qquad ...(3.3)$$

ओहम के नियमानुसार ($V = iR$);

$$\frac{V}{R} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3} \qquad ...(3.4)$$

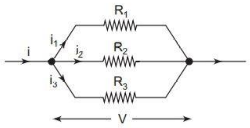

Fig. 3.5

जहाँ प्रतिरोधों का तुल्य प्रतिरोध R है,

समीकरण (3.4) को सरल करने पर

$$\boxed{\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} \qquad ...(3.5)$$

अत: समान्तर संयोजन में प्रतिरोध का व्युत्क्रम सभी उपस्थित प्रतिरोधों के व्युत्क्रम का योग $\left(\frac{1}{R} = \sum \frac{1}{R_i}\right)$ है, इस क्रम में तुल्य प्रतिरोध संयोजन के सबसे छोटे प्रतिरोध से भी कम मान का होता है।

3.7 किरचौफ का नियम (Kirchhoff's Law)

किसी वैद्युत परिपथ में धारा के वितरण का निर्धारण करने हेतु किरचौफ के नियम का उपयोग किया जाता है, इस नियम के अनुसार,

(*i*) किसी संधि पर मिलने वाली समस्त धाराओं का बीजगणित योग शून्य होता है,

$$\sum i = 0$$

उदाहरण या चित्र (Fig 3.8) में $i_1, i_2, i_3, i_4,$ व i_5 धारायें प्रदर्शित हैं। सुविधानुसार संधि की ओर को आने वाली धाराओं को धनात्मक एव सन्धि से दूर जाने वाली धाराओं को ऋणात्मक लिखा जा सकता है

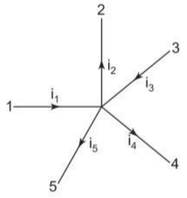

Fig. 3.8

अर्थात्

$$i_1 - i_2 + i_3 - i_4 - i_5 = 0$$

या

$$i_1 + i_3 = i_2 + i_4 + i_5$$

यह नियम आवेश संरक्षण का नियम भी कहलाता है।

(*ii*) किसी बन्द परिपथ में उपस्थित समस्त विद्युत वाहक बलों का बीजगणितीय योग शून्य होता है।

किसी परिपथ के किसी बन्द पाश में उपस्थित प्रतिरोधों तथा उसमें बहने वाली धाराओं के गुणनफल का बीजगणितीय योग उस पाश में लगने वाले समस्त विद्युत वाहक बलों के बीजगणितीय योग के बराबर होता है,

$$\sum iR = \sum E$$

यह नियम ऊर्जा संरक्षण का नियम भी है।

चित्रानुसार (Fig 3.9) पाश 1 में धारा i_1 को धनात्मक तथा धारा i_2 को ऋणात्मक लिया जा सकता है, अतः किरचौफ के नियमानुसार,

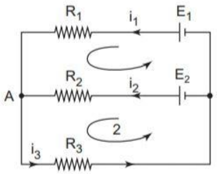

Fig. 3.9

$$i_1R_1 - i_2R_2 = E_1 - E_2 \quad ...(3.6)$$

$(\because V_1 - V_2 = E_1 - E_2)$

इसी प्रकार पाश 2 हेतु,

$$i_2R_2 + i_1R_3 = i_2E_2 \quad ...(3.7)$$

पुनः प्रथम नियम से;

$$i_3 = i_1 + i_2$$

$$\therefore \quad i_2R_2 + (i_1 + i_2)R_3 = i_2E_2 \quad ...(3.7')$$

याद रखें हमने सभी बन्द पाशों में वामावर्त (घड़ी के चलने की विपरीत) दिशा को चुना है।

3.8 व्हीटस्टोन ब्रिज (Wheatstone Bridge)

इसके द्वारा किसी अज्ञात चालक पदार्थ का प्रतिरोध ज्ञात किया जाता है।

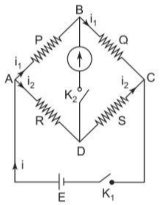

Fig. 3.10

इस संयोजन में चार प्रतिरोध एक समान्तर चतुर्भुज के रूप में संयोजन रहते हैं (Fig 3.10), के जिसे ब्रिज संयोजन भी कहते हैं। इसमें ज्ञात प्रतिरोध P, Q, R तथा अज्ञात प्रतिरोध S होते हैं। भुजा $B\,D$ को गेल्वेनोमीटर G द्वारा तथा AC को सेल E द्वारा जोड़ा जाता है।

P, Q, R व S को इस प्रकार समायोजित करते हैं कि कुंजी (की) K_1 के बाद K_2 को दबाने पर गेल्वेनोमीटर G की सुई में कोई विक्षेप नही होता, इसका अर्थ है कि विकर्ण भुजा BD में कोई भी धारा प्रवाहित नही हो रही है इस स्थिति को शून्य विक्षेप (Null deflection) की स्थिति कहते हैं, इस स्थिति में ब्रिज संतुलन स्थिति में होता है।

इस स्थिति में $ABDA$ लूप हेतु किरचौफ (Krc IInd Law) का द्वितीय नियम लगाने पर

$$i_1P - i_2R = 0 \qquad ...(3.8)$$

इसी प्रकार लूप $BCDB$ हेतु

$$i_1Q - i_2S = 0 \qquad ...(3.9)$$

समी. (3.8) व समी. (3.9) को हल करने पर,

$$\frac{i_1P}{i_1Q} = \frac{i_2R}{i_2S}$$

अत:

$$\boxed{\frac{P}{Q} = \frac{R}{S}}$$

इस सूत्र द्वारा व्हीटस्टोन ब्रिज में उपस्थित अज्ञात प्रतिरोध का मान ज्ञात किया जाता है।

यहाँ यह भी याद रखे कि ब्रिज की सेन्सटिविटी सबसे अधिक उस स्थिति में होगी जब चारों प्रतिरोध एक ही आर्डर के होंगे।

3.9 मीटर ब्रिज (Metre Bridge)

इसको स्लाइड वायर ब्रिज भी कहते हैं। मीटर ब्रिज व्हीट स्टोन ब्रिज के सिद्धांत पर कार्य करने वाली एवं किसी चालक का प्रतिरोध ज्ञात करने की युक्ति है।

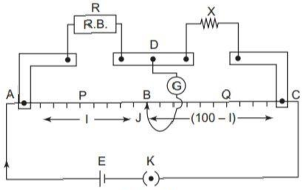

Fig. 3.11

Fig 3.11 के अनुसार लकड़ी के एक बॉक्स में AC एक मीटर लम्बा कॉन्स्टेन्टन पदार्थ का तार जुड़ा रहता है। AC तार को दो चौड़ी L की आकार की कॉपर पट्टियों से जोड़ा जाता है। इन पट्टियों के गेप में एक ओर प्रतिरोधक बॉक्स तथा दूसरी ओर अज्ञात प्रतिरोध S को संयोजित किया जाता है। जोकी J को चित्रानुसार गेल्वेनोमीटर के साथ जोड़कर तार में चलाया जाता है। जिस स्थान पर रखने से गेल्वेनोमीटर की सुई में शून्य विक्षेप हो जाता है उसे नोट कर लेते हैं, तथा पुन: व्हीटस्टोन सिद्धांत से S ज्ञात कर लिया जाता है,

$$\frac{P}{Q} = \frac{R}{S}$$

यहाँ प्रतिरोध P लम्बाई l सेमी के समतुल्य है तथा प्रतिरोध $Q = (100 - l)$ सेमी के,

अत:

$$\boxed{\frac{l}{100 - l} = \frac{R}{S}}$$

$$S = (100 - l)\frac{R}{l}$$

3.10 वैद्युत धारा का प्रभाव (Effect Produce by Electric Current)

वैद्युत अनेकों क्षेत्रों में बहुत उपयोगी है, वैद्युत धारा तीन मुख्य प्रभाव डालती हैं।

(*i*) **ऊष्मीय प्रभाव :** वैद्युत धारा जब किसी वैद्युतचालक में से प्रवाहित होती है। तो वह चालक को गरम करती है। इसे जूल हीटिंग भी कहते हैं। हीटिंग प्रभाव में वैद्युत ऊर्जा ऊष्मीय ऊर्जा में रूपान्तरित होती है।

ऊष्मीय प्रभाव का कारण चालक का प्रतिरोध है। जब चालक को विभवान्तर से जोड़ा जाता है तो उसके भीतर, मुक्त इलैक्ट्रान ड्रिफ्ट वेग से त्वरित होते हैं, परन्तु वे चालक के भीतर उपस्थित धन आवेश से टकराने लगते हैं इस टकराव से उनका मार्ग बाधित होता है और उनकी गतिज ऊर्जा ऊष्मा में बदल कर नष्ट होती है, इस कारण ऊष्मा उत्पन्न होती है। चालक का प्रतिरोध जितना अधिक होता है ऊष्मा उतनी ही अधिक उत्पन्न होती है। इसी कारण फिलामेन्ट बल्ब या हीटर का तार अधिक ऊष्मा प्रदान करते हैं।

इलैक्ट्रिक फ्यूज भी धारा के वैद्युत प्रभाव पर आधारित है। फ्यूज तार एक कम गलनांक का पतला तार होता है जो घरों, दुकानों के परिपथ में लगा रहता है, अत्याधिक धारा आने पर गर्म होकर यह पिघल जाता है तथा परिपथ को खोल (Open) देता है तथा धारा प्रवाह रुक जाता है। इस कारण घरों इत्यादि की वायरिंग को गर्म होकर पिघलने से बचा लेता है।

(*ii*) **चुम्बकीय प्रभाव :** एक तार में से बहने वाली वैद्युत धारा तार के चारों ओर चुम्बकीय क्षेत्र पैदा कर सकती है। चुम्बकीय प्रभाव के कारण चुम्बकीय बल पैदा होता है। वैद्युत मोटर, टेलीफोन दोलित्र, डायनमों, सुपर चुम्बक इत्यादि वैद्युत धारा के चुम्बकीय प्रभाव पर आधारित उपकरण हैं।

(*iii*) **रासायनिक प्रभाव :** वैद्युत धारा के कारण वैद्युत अपघटन हो जाता है। वैद्युत धारा जब वैद्युत अपघट्य (जैसे $NaCl$, $CuSO_4$) में से गुजरती है तो उसमें धनात्मक एवं ऋणात्मक आयनों का आवागमन प्रारम्भ हो जाता है। इसे ही वैद्युत अपघटन कहते हैं। सेल या बैटरी इसी घटना पर आधारित युक्तियाँ हैं।

3.11 वैद्युत शक्ति (Electric Power)

जब वैद्युत धारा किसी चालक में से प्रवाहित होती है तो कहा जाता है कि धारा द्वारा कार्य किया गया। हम जानते हैं कि कार्य करने की समय दर शक्ति या सामर्थ्य कहलाती है। अतः वैद्युत शक्ति वैद्युत द्वारा एकांक समय में कृत कार्य है। वास्तव में इसकी व्याख्या इस प्रकार से की जा सकती है कि जिस दर से वैद्युत ऊर्जा दूसरे रूप में खर्च होती है उसे वैद्युत शक्ति P कहते हैं।

$$\therefore \quad P = \frac{\text{कृत कार्य या खर्च ऊर्जा } (W)}{\text{समय } (t)}$$

$$\therefore \quad P = \frac{W}{t} \quad ...(3.20)$$

शक्ति की इकाई जूल प्रति सेकेण्ड या वाट W है

$$1 \text{ वाट} = 1 \text{ जूल/सेकेण्ड}$$

हमें ज्ञात है आवेश q को विभवान्तर V पर गति कराने में किया गया कार्य

$$W = Vq \text{ होता है,}$$

पुनः $q = it$

जहाँ, i तार में धारा तथा t समय है।

$$\therefore \quad W = V\,i\,t \quad ...(3.21)$$

या $P = V\,i$ वाट ...(3.22)

$$\because \quad V = iR \quad ...(3.23)$$

जहाँ R चालक द्वारा धारा के मार्ग में उत्पन्न प्रतिरोध है

तब $P = i^2R$ ...(3.24)

अतः $P = V\,i = i^2R = \dfrac{V^2}{R}$ ...(3.25)

वाट एक छोटी इकाई है उस कारण बड़ी इकाइयाँ प्रयुक्त की जाती हैं, घरों या व्यावसायिक कार्यों हेतु वैद्युत ऊर्जा की इकाई किलोवाट है।

1 किलोवाट = 1000 वाट

या 1 किलोवाट = 1000 वाट

इसकी दूसरी इकाई अश्वशक्ति (हार्स पावर) है,

1 हॉर्स पावर = 746 वाट।

ज्ञात रहना चाहिये कि वैद्युत शक्ति वास्तव में वह दर है जिस पर वैद्युत ऊर्जा उपयोग की जाती है।

3.12 वैद्युत ऊर्जा (Electric Energy)

वैद्युत ऊर्जा एक निश्चित समय में वैद्युत धारा द्वारा किया गया कार्य है। वास्तव में यह एक निश्चित समयान्तर में कुल वैद्युत ऊर्जा उपभोग है।

वैद्युत ऊर्जा का SI मात्रक जूल है। व्यवसायिक रूप में इसके मात्रक को किलोवाट घंटा (kW – h) लिखते हैं, इसकी एक और इकाई बोर्ड ऑफ ट्रेड यूनिट (B.T.U.) भी है। एक किलोवाट घंटा से अभिप्राय है कि यह उतनी वैद्युत ऊर्जा उपभोग है जितनी एक किलोवाट क्षमता का उपकरण 1 घंटा चलने पर उपभोग करता है।

1 किलोवाट घंटा = 1 किलोवाट × 1 घंटा

= 1000 वाट × 60 × 60 sec

= 3.6×10^6 watt-sec

Example. 4. *(A)* निम्न परिपथ में A व B के मध्य का तुल्य प्रतिरोध ज्ञात करें तथा *(B)* दोनों परिपथों में 5Ω के प्रतिरोध में धारा ज्ञात करिये जबकि बिन्दुओं A व B के मध्य का वोल्टेज 10V हो।

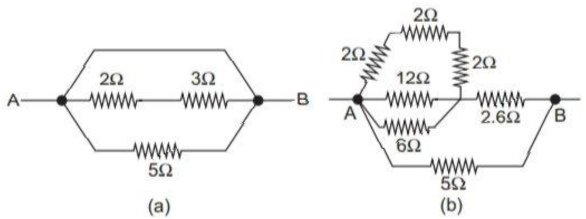

Fig. 3.6

Solution. प्रथम 2Ω व 3Ω के दोनों प्रतिरोध श्रेणी क्रम में होने से उनका तुल्य प्रतिरोध

$$R_1 = 2 + 3 = 5\Omega$$

अब R_1 तथा 5Ω प्रतिरोध समान्तर क्रम में होने से तुल्य प्रतिरोध

$$R_{AB} = \frac{R_1 \times 5}{R_1 + 5} = \frac{5 \times 5}{10} = 2.5\Omega$$

(A) 2Ω, 2Ω, 2Ω प्रतिरोध श्रेणी क्रम में हैं

जिनका तुल्य प्रतिरोध

$$R_1 = 2 + 2 + 2 = 6\Omega$$

अब R_1, 12Ω व 6Ω के तीनों प्रतिरोध समान्तर क्रम में (Fig 3.7) है, जिनका तुल्य प्रतिरोध

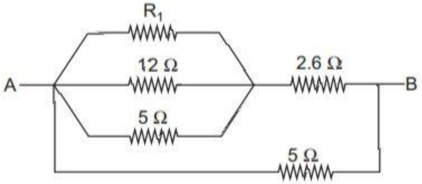

Fig. 3.7

$$R_{13} = \frac{6 \times 12 \times 6}{12 \times 6 + 12 \times 6 + 6 \times 6} = 2.4\Omega$$

अब पुन: 2.4Ω व 2.6Ω के प्रतिरोधक श्रेणी क्रम में होने से इनका तुल्य प्रतिरोध

$$R_{11} = 2.4 + 2.6 = 5\Omega$$

अब तुल्य परिपथ इस प्रकार है, जहाँ R_{11} व 5Ω के प्रतिरोध समान्तर क्रम में संयोजित हैं, इसका तुल्य प्रतिरोध

$$R_{AB} = \frac{5 \times 5}{5 + 5} = \frac{25}{10} = 2.5\Omega$$

(B) वोल्टेज $V_{AB} = 10$ V

वोल्टेज समान्तर क्रम में समान रहती है,

अत: धारा $i = \frac{10}{5} = 2$ एम्पियर

Example. 5. *Fig 3.12 में धारा का मान ज्ञात कीजिये,*
(i) ओह्म के नियमानुसार (ii) किरचौफ के नियमानुसार

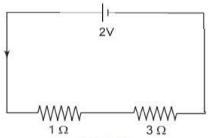

Fig. 3.12

Solution. (*i*) ओह्म के नियमानुसार $V = IR$ $\quad R = 1 + 3 = 4\Omega$

$\therefore \quad I = \frac{V}{R} = \frac{2}{1+3}$

या $\quad I = \frac{2}{4} = 0.5$ ऐम्पियर

(*ii*)

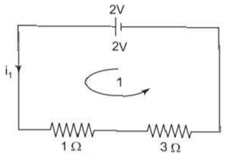

Fig. 3.12 a

चित्रानुसार Fig. 3.12*a* किरचौफ का नियम लगाने पर

$$i_1 \times 1 + i_1 \times 3 = 2$$

या $\quad i_1 = \frac{2}{4} = 0.5$ ऐम्पियर

इस उदाहरण से साफ है कि ओह्म व किरचौफ दोनों ही नियम वैद्युत परिपथ में धारा का मान ज्ञात करने हेतु प्रयुक्त होते हैं। ओह्म का नियम जहाँ अपेक्षाकृत सरल परिपथों हेतु है किरचॉफ का नियम जटिल परिपथ हेतु उपर्युक्त है।

Example. 6

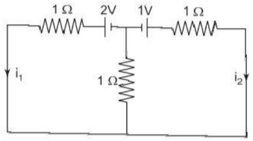

Fig. 3.13

Solution. दोनों लूपों में किरचौफ का II^{nd} नियम लगाने पर

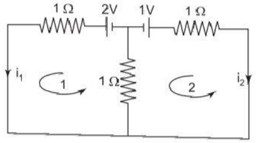

Fig. 3.13 a

$$i_1 \times 1 + (i_1 + i_2) \times 1 = 2 \quad ...(3.10)$$

$$i_2 \times 1 + (i_1 + i_2) \times 1 = 1 \quad ...(3.11)$$

दोनों समीकरणों को सरल करने पर,

$$i_1 = 1 \text{ एम्पियर}, \quad i_2 = 0 \text{ एम्पियर}$$

ज्ञान वर्धन हेतु अब आप 1 लूप की बैटरी का मान > 2V जैसे 3V लीजिये पुनः हल करें देखें i_2 का मान क्या आता है और सोचिये ऐसा क्यों हुआ?